

# 面向 7075 铝厚板加工变形的初始残余应力释放与再分布模型

叶海潮<sup>1,2</sup>, 秦国华<sup>2</sup>, 林 锋<sup>2</sup>, 左敦稳<sup>1</sup>, 吴竹溪<sup>2</sup>, 罗育果<sup>3</sup>

(1. 南京航空航天大学, 江苏南京 210016)

(2. 南昌航空大学, 江西南昌 330063)

(3. 成都飞机工业(集团)有限责任公司, 四川成都 610092)

**摘要:** 通过材料的切削去除转化为残余应力的释放, 利用静力平衡条件将作用于飞机结构件的残余应力等效为外力后, 依据小变形理论创新性地建立加工变形的分析模型。通过全面地考虑拉压、弯曲、以及转角引起的飞机结构件的厚向位置变化, 利用叠加原理建立了残余应力再分布的力学模型。本研究建立的解析模型, 不仅能够准确地计算飞机结构件的加工变形, 还能够分析毛坯残余应力的再分布状态, 通过与有限元仿真值、实验测量值进行比较, 结果表明: 无论是幅值还是变形曲线, 解析值都与仿真值具有高度一致性, 而与测量值相比, 尽管在变形曲线上具有很好的吻合性, 但由于残余应力的测量误差使得两者在幅值上亦存在一定误差。

**关键词:** 7075 铝合金厚板; 残余应力释放; 残余应力再分布; 加工变形; 材料去除

中图法分类号: TG146.21

文献标识码: A

文章编号: 1002-185X(2019)01-0123-10

加工变形问题一直是困扰航空领域的世界性难题, 每年因为加工变形造成的损失数以十亿计<sup>[1]</sup>。航空整体结构件是一种在加工过程中材料去除率高达90%~95%以上的大型薄壁类零件<sup>[2]</sup>, 变形问题显得尤为突出。

在铝合金航空整体结构件的加工过程中, 毛坯初始残余应力被认为是影响加工变形的最主要原因, 铣削产生的残余应力在其之后也是影响加工变形的重要因素<sup>[3]</sup>。事实上, 铣削残余应力仅能影响工件表层(通常在200 μm以下), 且通过刀具和加工参数的合理选取产生的残余应力大小和范围能有效降低<sup>[4]</sup>。因此随着航空业高速加工的普及, 毛坯中的初始残余应力成为影响变形的最主要因素<sup>[5,6]</sup>。与此同时, 在航空整体结构件的设计和制造过程中, 残余应力作为考虑的一方面显得越来越重要<sup>[7]</sup>。Huang等人<sup>[6]</sup>利用ABAQUS有限元软件, 同时分析毛坯初始残余应力和铣削应力对航空整体结构件加工变形的影响, 并通过化学铣削实验验证得出在高速加工下毛坯初始残余应力对加工变形的影响占到90%以上。Cerutti等人<sup>[8]</sup>以层剥法测量得到毛坯中的初始残余应力, 在仅考虑初始残余应力的情况下使用FORGE有限元软件对加工变形进行仿真分析, 通过对比实验证明了毛坯初始残余应力是影响

加工变形的主要因素。

目前主要通过应力幅值<sup>[9]</sup>和残余应变<sup>[10]</sup>两种方法评价毛坯中的残余应力。残余应力幅值方法认为加工变形量与残余应力幅值(即残余应力最大值与最小值之差)呈线性相关; 残余应变能方法认为加工变形量与毛坯内存贮的弹性性能正向相关。这些方法主要基于毛坯初始残余应力评价残余应力引起加工变形的能力大小, 但是航空整体结构件的结构特征和加工位置选取与毛坯初始残余应力相互作用, 同样是影响加工变形的重要因素。有限元方法虽然能够同时考虑这3方面因素预测加工变形, 但是难以直观地反映其中的内在规律。解析式分析方法是一种准确分析3方面因素的有效手段, 并且能快速提取各主要影响因素, 分析3方面因素与加工变形间的关系。但是当前的解析方法局限性较大, 仅能分析材料去除方式为简单厚板层削<sup>[11]</sup>和开单槽<sup>[12]</sup>的弯曲变形情况。

为了进一步拓展解析式的使用范围, 提出等效应力概念, 对初始残余应力引起的梁类零件弯曲变形和拉压变形进行解析式推导, 并进一步得出加工变形后的再平衡残余应力分布曲线计算方法。

## 1 应力释放

收稿日期: 2018-01-09

基金项目: 国家自然科学基金(51465045); 江西省主要学科学术和技术带头人资助计划(20172BCB22013); 航空科学基金(2016ZE56011); 江西省自然科学基金(2016BAB206114)

作者简介: 叶海潮, 男, 1979年生, 博士生, 南京航空航天大学机电学院, 江苏南京 210016, E-mail: xxjy2000@163.com

毛坯（即7075铝合金厚板）在轧制X方向上的尺寸为 $l$  mm，横向Y方向上的尺寸为 $w$  mm，厚度Z方向上的尺寸为 $h$  mm。板内的初始残余应力处于平衡状态，应满足下列方程：

$$\begin{cases} \int_0^h \sigma_x dz = 0 \\ \int_0^h \sigma_x z dz = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \int_0^h \sigma_y dz = 0 \\ \int_0^h \sigma_y z dz = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中： $\sigma_x$ 为轧制方向的分力； $\sigma_y$ 为横向方向的分力。

图1为毛坯的2个区域，区域P表示加工过程中从铝合金厚板上去除的多余材料，区域Q表示铝合金厚板经材料去除后的成形零件。在加工过程中，残余应力是随着材料逐步去除而不断得到释放。但是，相比于材料的屈服极限，残余应力较小，故残余应力的释放过程可以视为铝合金厚板的弹性变形过程。由此可见，残余应力释放过程可以认为材料是一步去除到位，不需要考虑材料去除的顺序。中子衍射法证明了加工仅能造成应力的重新分布而不出现应力驰豫现象<sup>[13]</sup>，同样说明了在仅考虑残余应力情况下分析加工变形可以不考虑去除顺序。

这样一来，可以将区域P和区域Q分离看待。由于区域Q受到由P带来的“外力”：轧制方向为力 $F_{QX}$ 和力矩 $M_{QY}$ ，横向方向为力 $F_{QY}$ 和力矩 $M_{QX}$ ，如图2所示。因此，区域Q受到的力 $F_Q$ 与力矩 $M_Q$ 应为

$$\begin{cases} F_Q = F_{QX} + F_{QY} \\ M_Q = M_{QX} + M_{QY} \end{cases} \quad (3)$$

类似地，区域P受到的力 $F_P$ 与力矩 $M_P$ 应为

$$\begin{cases} F_P = F_{PX} + F_{PY} \\ M_P = M_{PX} + M_{PY} \end{cases} \quad (4)$$

其中： $F_{PX}$ 、 $M_{PY}$ 为区域P受到轧制方向应力引起的力量和力矩； $F_{PY}$ 和力矩 $M_{PX}$ 为区域P受到横向方向应力引起的力量和力矩。

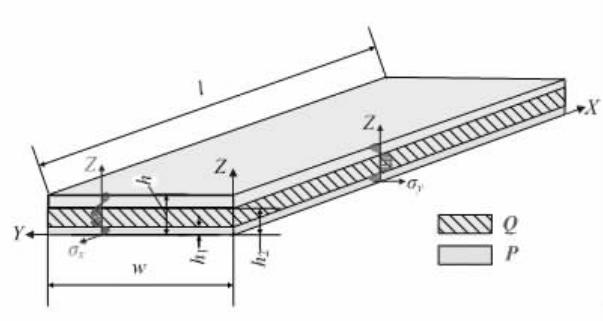


图1 毛坯与零件示意图

Fig.1 Diagram of a blank and its workpiece

因为铝厚板内残余应力满足式(1)的力平衡和力矩平衡方程，故有下列平衡方程：

$$\begin{cases} F_Q + F_P = 0 \\ M_Q + M_P = 0 \end{cases} \quad (5)$$

显然， $F_P$ 、 $M_P$ 与 $F_Q$ 、 $M_Q$ 大小相等，方向相反。当区域P的材料去除后，其对区域Q的作用力 $F_Q$ 和 $M_Q$ 也随之消除。而 $F_Q$ 和 $M_Q$ 在横向方向Y和轧制方向X的分力分别为

$$\begin{cases} F_{QX} = \int_{h_1}^{h_2} w \sigma_x dz \\ M_{QY} = \int_{h_1}^{h_2} w \sigma_x \left( z - \frac{h_1 + h_2}{2} \right) dz \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} F_{QY} = \int_{h_1}^{h_2} l \sigma_y dz \\ M_{QX} = \int_{h_1}^{h_2} l \sigma_y \left( z - \frac{h_1 + h_2}{2} \right) dz \end{cases} \quad (7)$$

式中： $h_1$ 和 $h_2$ 分别为工件在铝厚板厚度方向区域。

## 2 加工变形

加工过程中，区域P对Q的作用力 $F_Q$ 、 $M_Q$ 随着材料去除而释放，区域Q的平衡状态被破坏，相当于在原有基础上施加了大小相等、方向相反的作用力 $-F_Q$ 、 $-M_Q$ ，势必导致工件发生变形。

### 2.1 弯曲变形

本研究对象为典型的梁类零件，这类零件变形的特征为：轧制方向的变形远大于其他方向的变形，且扭转变形极小。

力矩 $M_Q$ 的消除将使得工件发生弯曲变形，如图3所示。由于工件在横向和轧制方向上的应力分别为 $\sigma_y$ 和 $\sigma_x$ ，那么由弹性理论可知，轧制方向的应变 $\epsilon_x$ 应为

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \quad (8)$$

式中： $\nu$ 和 $E$ 分别为工件材料的泊松比和杨氏模量。

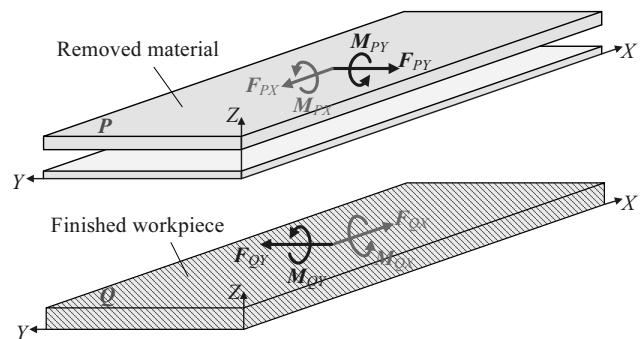


图2 成形零件上的等效作用载荷

Fig.2 Equivalent loads applied on the workpiece

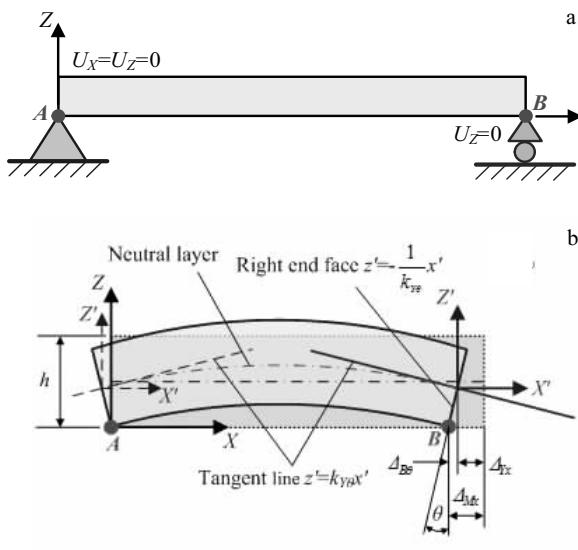


图 3 工件的弯曲变形

Fig.3 Bend deformations of the workpiece: (a) constraints and (b) deformations

为了便于清晰地分析轧制方向的零件变形，定义轧制方向上的等效应力 $\sigma_{xy}$ 如下

$$\sigma_{xy} = \sigma_x - v\sigma_y \quad (9)$$

因为在轧制方向 $X$ 的不同位置 $x$ 上，整体结构件的横截面一般是不同的，如图4所示，故在确定中性轴所在高度 $H_{zx}$ 后，该截面的弯矩 $M_{yx}$ 可表示为

$$\begin{cases} M_{yx} = \int_0^h W \sigma_{xy} (H_{zx} - z) dz \\ M_Q = -M_{yx} \end{cases} \quad (10)$$

式中： $W = \begin{cases} w, & h_1 \leq z \leq h_2 \\ w - w', & z < h_1 \& z > h_2 \end{cases}$  表示零件沿轧制方向 $X$ 在任意位置 $x$ 处有材料的部分。

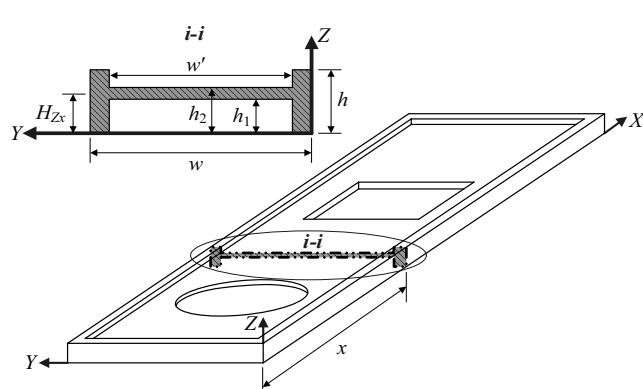


图 4 力矩计算参数确定

Fig.4 Calculation parameters for moment

弯矩的正负符号规定如下：使微段弯曲呈凹形的弯矩为正。这样，由任意位置 $x$ 处截面上的弯矩 $M_{yx}$ 引起的挠度 $\omega_{yx}$ （即飞机结构件沿 $Z$ 方向的加工变形）可描述为

$$\frac{d^2 \omega_{yx}}{dx^2} = \frac{M_{yx}}{EI_{yx}} \quad (11)$$

式中： $I_{yx}$ 为任意位置 $x$ 处的截面惯性矩。

## 2.2 拉压变形

拉压变形由两部分组成：一部分是图5所示的应力再平衡所产生的伸缩，另一部分则是弯曲变形引起的变化，如图6所示。

沿轧制方向 $X$ ，工件在任意横截面 $p_x$ 上受到的等效应力 $\sigma_{xy}$ ，其平均值 $\bar{\sigma}_{xy}$ 可描述如下

$$\bar{\sigma}_{xy} = -\frac{\int_0^h W \sigma_{xy} dz}{\int_0^h W dz} \quad (12)$$

因此，沿该截面 $p_x$ 的长度方向 $X$ 上，无限小长度 $dx$ 的应变 $d\varepsilon_x$ 可描述为

$$d\varepsilon_x = \frac{\bar{\sigma}_{xy}}{E} dx \quad (13)$$

根据式(13)可知，由 $\bar{\sigma}_{xy}$ 引起工件在轧制方向 $X$ 上的拉压变形 $\Delta_{Xx}$ 为

$$\Delta_{Xx} = \int_0^l \frac{\bar{\sigma}_{xy}}{E} dx \quad (14)$$

随着加工过程的进行，发生变形的本质是：由于材料去除区内的应力释放，导致残留在成形零件区内的应力不平衡，此时势必通过拉压、弯曲等变形使得应力再平衡分布。若再平衡后，沿厚度方向上的应力均等于平均应力 $\bar{\sigma}_{xy}$ ，则只发生拉压变形，如式(14)所示，否则势必又将发生弯曲变形，如式(11)所示。

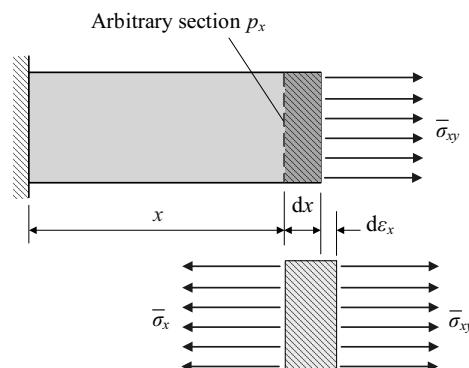


图 5 拉压变形

Fig.5 Tension and compression deformations

弯曲变形  $\omega_{yx}$  将引起零件在轧制方向  $X$  上发生长度变化  $\Delta_{yx}$ ，以及任意截面  $p_x$  处的转角  $\theta_x$ 。而转角  $\theta_x$  必将要进一步导致其在轧制方向  $X$  上发生长度变化  $\Delta_{\theta_x}$ ，如图6所示。

由于弯曲变形引起轧制方向  $X$  上任意截面产生转角  $\theta_x$ ，导致 2 个间隔  $dx$  的截面转角（或斜率）发生变化  $d\theta_x$ （参见图6），即

$$d\theta_x = \frac{M_{yx}}{EI_{yx}} dx \quad (15)$$

若记  $\theta_0$  为任意截面  $p_x$  在端面  $A$  处的初始转角，则在轧制方向任意  $x$  位置处的转角（或斜率）为

$$\theta_x = \theta_0 + \int_0^x \frac{M_{yx}}{EI_{yx}} dx \quad (16)$$

由此可知，与绕曲线垂直的端面，其斜率应为  $\theta_x$  的负倒数，以图3b的坐标轴可建立任意截面方程为

$$\begin{cases} z' = -\frac{1}{\theta_x} x' \\ z' = z - H_{zx} \end{cases} \quad (17)$$

因为铝厚板的弯曲变形值，相对其在轧制方向  $X$  上的长度值来说很小，因此斜率  $\theta_x$  也非常小，所以忽略端面上各点在厚度方向的变化，仅考虑轧制方向  $X$  的变化，则在任意横截面  $X$  上的变形  $\Delta_{\theta_x}$  为

$$\Delta_{\theta_x} = x' \quad (18)$$

将式(18)代入式(17)，可得任意截面  $p_x$  上各点在拉压变形的基础上沿方向  $X$  增加的变形为

$$\Delta_{\theta_x} = -(z - H_{zx}) \left( \theta_0 + \int_0^x \frac{M_{yx}}{EI_{yx}} dx \right) \quad (19)$$

此外，对于任意微小段落  $dx$ ，弯曲变形使得其中性层长度由  $ob$ （其中  $ob=dx$ ）变化至  $oa$ ，如图6所示。由于  $ab \approx \theta_x dx$ ， $ob \approx \sqrt{1 + \theta_x^2} dx$ ，因此由弯曲产生的工件长度方向的变化量为

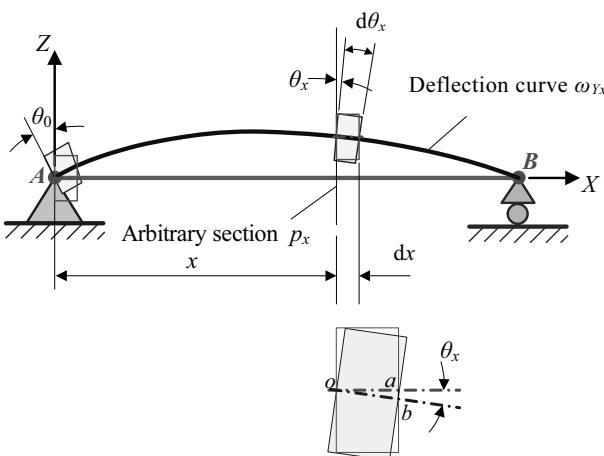


图 6 弯曲变形引起的长度变化

Fig.6 Length variations caused by bending deformations

$$d_{yx} = \left( 1 - \sqrt{1 + \theta_x^2} \right) dx \quad (20)$$

那么，整个工件在任意位置  $x$  处由弯曲产生的变化量为

$$\Delta_{yx} = \int_0^x \left( 1 - \sqrt{1 + \theta_x^2} \right) dx \quad (21)$$

结合式(14)、式(19)和式(21)可得，飞机结构件沿  $X$  方向的加工变形应为其长度位置  $x$  和厚向位置  $z$  的函数，即

$$\Delta(x, z) = \Delta_x(x) + \Delta_{\theta_x}(x, z) - \Delta_{\theta_x}(x=0, z=0) \quad (22)$$

### 3 应力再分布与工件变形

由上述可知，材料  $P$  的去除使得工件发生拉压变形和弯曲变形后，残留在成形零件  $Q$  内的等效应力  $\dot{\sigma}_{xy}$  必将重获新的平衡。

#### 3.1 应力再分布

首先在拉压变形的影响中，由圣维南原理可知，外力在离端部一定距离后会均匀分布，此时残余应力变化为

$$\ddot{\sigma}_{xy} = \dot{\sigma}_{xy} + \bar{\sigma}_{xy} \quad (23)$$

其次，由式(15)可知，任意截面  $p_x$  沿厚度方向  $Z$  上的任意一点，由转角引起的应变为

$$\varepsilon_{\theta_x} = -\frac{z'd\theta_x}{dx} = -(z - H_{zx}) \frac{M_{yx}}{EI_{px}} \quad (24)$$

而应变  $\varepsilon_{\theta_x}$  势必引起应力  $\hat{\sigma}_{xy}$  发生变化，其值可表达如下

$$\sigma_{\theta_x} = -(z - H_{zx}) \frac{M_{yx}}{I_{px}} \quad (25)$$

根据叠加原理可知，最终再平衡后沿轧制方向的等效应力  $\ddot{\sigma}_x$  应为初始残余应力  $\dot{\sigma}_{xy}$ 、拉伸改变的残留应力  $\bar{\sigma}_{xy}$  与弯曲增加的应力  $\sigma_{\theta_x}$  之和，即

$$\ddot{\sigma}_{xy} = \dot{\sigma}_{xy} + \bar{\sigma}_{xy} + \sigma_{\theta_x} \quad (26)$$

#### 3.2 工件变形

当初始残余应力在工件内重新达到平衡状态时，工件变形最终完成，此时长梁类飞机结构件的加工变形由弯曲变形（即沿厚向  $Z$  方向的加工变形  $\Delta_z$ ）和拉压变形（即沿厚向  $X$  方向的加工变形  $\Delta_x$ ）组成。因此，根据式(11)和式(22)可知，飞机结构件的加工变形可描述为

$$\begin{cases} \Delta_x = \Delta(x, z) \\ \Delta_z = \omega_{yx} \end{cases} \quad (27)$$

由式(27)可知，残余应力的释放和再平衡，势必造成飞机结构件产生加工变形。反过来，也可通过测

量工件变形,预知残余应力的大致分布状态:

(1)由式(27,10)可知,加工变形 $\Delta_Z$ (即挠度 $\omega_{Yx}$ )与弯矩 $M_{Yx}$ 正向相关,而弯矩 $M_{Yx}$ 与以中性轴为分水岭的初始残余应力 $\sigma_{xy}$ 反向相关。由此可知,若工件出现凹变形时,说明中性轴以上的残余应力偏小,反之中性轴以下的残余应力偏大。

(2)由式(27,14,19,21)可知,在加工变形 $\Delta_x$ 中,通过测量两端面中性轴位置的距离消除转角造成变化量 $\Delta_{\theta x}$ 的影响,通过最大挠度 $\omega_{Yx}$ 值求出 $\Delta_{Yx}$ ,进而从 $\Delta_x$ 单独剥离出与平均应力 $\bar{\sigma}_{xy}$ 正向相关的纯拉压变形 $\Delta_{Xx}$ 。显然,若 $\Delta_{Xx}$ 为正,则平均应力 $\bar{\sigma}_{xy}$ 为正,否则 $\Delta_{Xx}$ 为负,则平均应力 $\bar{\sigma}_{xy}$ 也为负。

由上述分析可进一步总结出加工变形的控制思路,就是使得材料去除后的零件应满足力和力矩平衡,即力和力矩为零。为此,可以通过以下3种途径进行解决:

(1)从设计角度上,可以不改变飞机结构件使用性能的情况下,通过优化中性轴位置而改变其结构,实现残余应力正负影响间的转换,达到降低变形的目的。

(2)从制造工艺上,可以通过改变零件在毛坯中的选用位置,实现残余应力的变化,达到降低变形的目的。

(3)从毛坯制造上,可以通过前端的热处理工艺,改变毛坯初始残余应力的幅值及其分布状态,达到降低变形的目的。

## 4 应用与验证

这里选取两个典型实例,对推导的变形和应力再分布模型进行应用和验证。实例1为简单薄板类工件的实验和有限元比较验证,实例2为某主机厂的复杂框类整体结构件有限元验证。

### 4.1 简单薄板件

薄板件的材料选用经过拉伸率为 $\delta=2.4\%$ 的7075-T73铝合金板材<sup>[5]</sup>,其弹性模量为 $E=70.5$  GPa,泊松比为 $\nu=0.33$ 。毛坯尺寸为长 $l=200$  mm,宽 $w=20$  mm,高 $h=6$  mm,而成品尺寸为长 $l'=200$  mm,宽 $w'=20$  mm,高 $h'=4.5$  mm,如图7所示,其中阴影部分为成品部分。

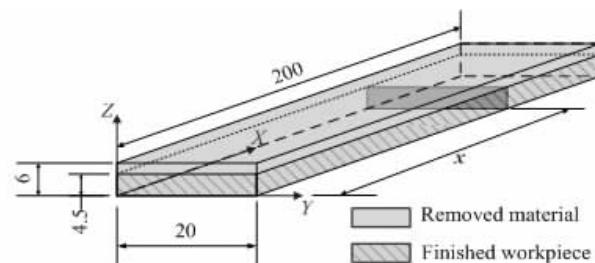


图7 薄板件

Fig.7 A thin plate

毛坯内初始残余应力分布曲线如图8所示。选用Fadal VMC 3016L立式铣床进行加工,刀具直径为 $\Phi=50$  mm,转速为 $n=5000$  r/min。这些参数保证了在加工过程中引入的残余应力很小。

薄板件的中性层位置和截面惯性矩分别为 $H_{Zx}=2.25$ 和 $I_{Yx}=151.875$ 。沿厚度方向Z对薄板件进行分层,每层厚度为 $H_i=0.15$  mm,共分40层。若选取每层中心的残余应力作为该层的应力值,则根据图8的初始残余应力分布状态,通过静力平衡条件求解出每层的应力值如表1所示。

由图8和表1的应力数据,可将应力曲线拟合为

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} = & -10.31053 + 7.00456(z-3)^2 \\ & -0.99858(z-3)^4 + 0.04544(z-3)^6\end{aligned}\quad (28)$$

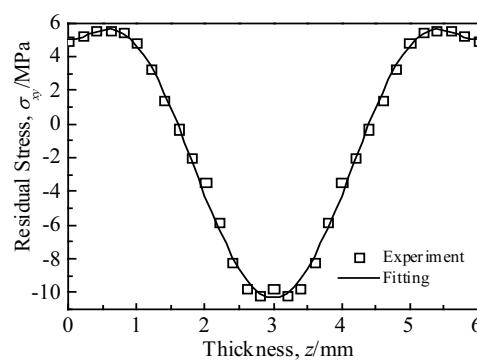


图8 薄板件毛坯的初始残余应力

Fig.8 Initial residual stresses in the thin plate

表1 每层残余应力值

Table 1 Residual stress in each layer

Layer number	Position, z/mm	Equivalent residual stress, $\sigma'_{xy}$ /MPa	Layer number	Position, z/mm	Equivalent residual stress, $\sigma'_{xy}$ /MPa
1	0.075	5.0	21	3.075	-10.0
2	0.225	5.2	22	3.225	-10.1
3	0.375	5.5	23	3.375	-9.8
4	0.525	5.5	24	3.525	-8.8
5	0.675	5.5	25	3.675	-7.3
6	0.825	5.3	26	3.825	-5.5
7	0.975	4.9	27	3.975	-3.8
8	1.125	4.0	28	4.125	-2.5
9	1.275	2.7	29	4.275	-1.3
10	1.425	1.3	30	4.425	0.0
11	1.575	0.0	31	4.575	1.3
12	1.725	-1.3	32	4.725	2.7
13	1.875	-2.5	33	4.875	4.0
14	2.025	-3.8	34	5.025	4.9
15	2.175	-5.5	35	5.175	5.3
16	2.325	-7.3	36	5.325	5.5
17	2.475	-8.8	37	5.475	5.5
18	2.625	-9.8	38	5.625	5.5
19	2.775	-10.1	39	5.775	5.2
20	2.925	-10.0	40	5.925	5.0

该薄板件在轧制方向X任意位置x处加工表面的横截面均为相同的矩形,由式(10)可知截面力矩均为

$$\begin{aligned} M_{Y_x} &= \int_0^{4.5} 20\sigma_{xy}(z - 2.25)dz \\ &\approx -485.614 \end{aligned} \quad (29)$$

因此,根据式(11)可得关于轧制方向的挠曲方程如下

$$\begin{aligned} \omega_{Y_x} &= \frac{x^2 M_{Y_x}}{2EI_{Y_x}} + Ax + B \\ &= -2.267701 \times 10^{-5} x^2 + Ax + B \end{aligned} \quad (30)$$

其中:A和B为由工件变形约束条件确定的待定系数。

结合图3a可知,工件在首尾两端的变形均为0,由式(30)可求得A=0.004535402和B=0。将系数A和B代入式(30)后,最终可得工件关于轧制方向的挠曲方程(即Z方向上的加工变形)为

$$\omega_{Y_x} = -2.267701 \times 10^{-5} x^2 + 4.535402 \times 10^{-3} x \quad (31)$$

此外,由于在任意长度方向上的横截面相同,工件受到轧制方向X的等效应力均为 $\sigma_{xy}$ ,其平均值 $\bar{\sigma}_{xy}$ 可描述如下

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{xy} &= -\frac{1}{w'h'} \int_0^{h'} w' \sigma_{xy} dz \\ &= -\frac{1}{90} \int_0^{4.5} 20\sigma_{xy} dz \\ &= 2.4925105 \end{aligned} \quad (32)$$

将式(32)中的 $\bar{\sigma}_{xy}$ 代入式(14),可知 $\bar{\sigma}_{xy}$ 引起工件在轧制方向X上的拉压变形为

$$\Delta_{X_x} = \int_0^x \frac{2.4925105}{70500} dx = 3.5354759 \times 10^{-5} x \quad (33)$$

由式(31)可知左端面的初始转角为 $\theta_0=4.535402 \times 10^{-3}$ ,这样,由式(19)可得拉压变形的基础上所增加的变形分别为

$$\begin{aligned} \Delta_{\theta_x} &= -(z - 2.25) \left( 4.535402 \times 10^{-3} + \int_0^x -4.535402 \times 10^{-5} dx \right) \\ &= -4.535402 \times 10^{-3} z + 4.535402 \times 10^{-5} zx \\ &\quad - 1.02046545 \times 10^{-4} x + 1.02046545 \times 10^{-2} \end{aligned} \quad (34)$$

再由式(22)可知弯曲引起的长度变化为

$$\begin{aligned} \Delta_{R_x} &= \int_0^x \left( 1 - \sqrt{1 + (-4.535402 \times 10^{-3} x + 4.535402 \times 10^{-5})^2} \right) dx \\ &\approx -3.4283 \times 10^{-10} x^3 + 1.02849 \times 10^{-7} x^2 - 1.02849 \times 10^{-5} x \end{aligned} \quad (35)$$

最后,根据式(22)可计算出薄板件沿厚度方向Z的加工变形为

$$\begin{aligned} \Delta_x &= -4.535402 \times 10^{-3} z + 4.535402 \times 10^{-5} xz \\ &\quad - 3.4283 \times 10^{-10} x^3 + 1.02849 \times 10^{-7} x^2 - 7.697669 \times 10^{-5} x \end{aligned} \quad (36)$$

由于薄板件在X方向上的任意截面都相等,因此根据式(25)可知,任一截面上由弯曲变形造成的厚度方向Z上的应力变化为

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta_x} &= -(z - H_{zx}) \frac{M_{Y_x}}{I_{Y_x}} \\ &= 3.19745844 z - 7.1942815 \end{aligned} \quad (37)$$

结合式(26)和式(27),工件内最终再平衡后的等效轧制方向应力 $\ddot{\sigma}_{xy}$ 应为考虑拉伸改变的残留应力 $\ddot{\sigma}_{xy}$ 与增加应力 $\sigma_{\theta_x}$ 之和,即

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma}_{xy} &= 0.04544(z - 3)^6 - 0.99858(z - 3)^4 \\ &\quad + 7.00456(z - 3)^2 + 3.19745844 z - 15.012301 \end{aligned} \quad (38)$$

式中工件的厚度z为 $0 \leq z \leq 4.5$ 。

接下来采用有限元方法解算工件变形。因为横向方向的残余应力很小,有限元分析中可不予考虑,故有限元分析采用二维平面单元。选择“Static, General”分析步类型,网格密度设定为0.15,总共有53320个单元,单元类型为CPS8R。在Interaction模块中使用Model change进行“单元杀死”技术模拟材料的去除,计算结果如图9所示。

需要提及的是,在ABAQUS的长度方向位移计算中,弯曲引起的长度变化需要通过点距离的观测计算得出,在图10的拉伸变形中已经将该因素添加入有限元的仿真结果中。

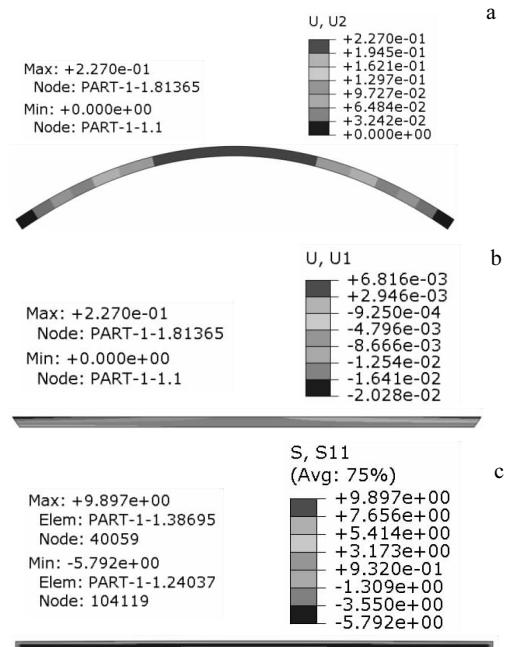


图 9 薄板件加工的有限元仿真结果

Fig.9 Simulated results of FEM for the thin plate: (a) bending deformation, (b) tensile deformation, and (c) stress redistribution

测试验证实验是在Fadal VMC 3016L立式铣床进行的<sup>[5]</sup>，主轴转速为5000 r/min，刀具直径为50 mm，如图11所示。为了使得加工测试过程与航空业界零件制造的现场工作流尽量吻合，每次加工去除一层材料后，测量加工变形和工件厚度直到下一次加工准备完成，中间花费3~5 min。变形测量直接在同一台铣床上进行，选用的测量头可以保证测量误差不超过3  $\mu\text{m}$ 。为了进一步避免测量的随机性，反复地测量加工区域内同一位置处的工件变形，以便使得测量精度能够满足误差在0.01 mm之内的实验需求。

通过实验测量、有限元计算和解析式求解获得的挠度曲线如图10所示。沿轧制方向X的弯曲变形，三者趋势完全一致，最大变形位置均发生在正中间位置，即在长度方向的100 mm处，实验测量值为0.18 mm，有限元仿真值为0.22 mm，而解析计算结果也为

0.22 mm，如图10a所示。解析计算值和有限元仿真值高度统一，两者与实验结果的相对误差为22.22%。对于长度为200 mm处右端面沿厚度方向Z的拉压变形，其有限元仿真结果无论是大小还是分布趋势，与解析计算值非常吻合，最大偏差仅为 $2.61 \times 10^{-4}$  mm，如图10b所示。而再平衡后的残余应力，除去两端极小区域内的应力，其余部分的最大偏差也只有0.729 MPa，精度高达92.6%。

虽然解析计算结果和有限元仿真值具有很高的吻合度，但是与实验数据相比，两者在变形预测上仍然存在25%左右的误差，除了高速铣削在动态加工过程中引入了一定的残余应力，其它主要原因分析如下：

(1) 残余应力测量和变形测量误差，测量过程中受到人为操作，设备条件和实验方法本身的限制不可避免地会带来误差；

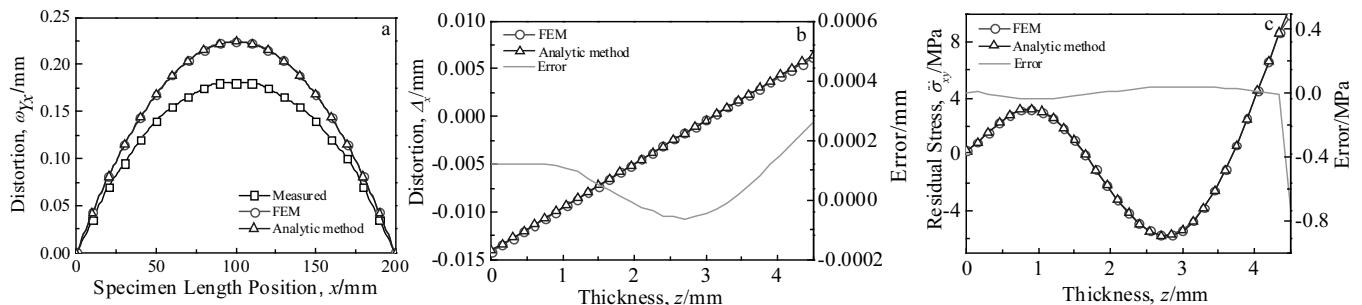


图 10 薄板件加工变形和再分布应力的对比分析

Fig.10 Comparison of machining deformations and re-distribution of residual stress for the thin plate: (a) bending deformation, (b) tensile deformation, and (c) stress redistribution

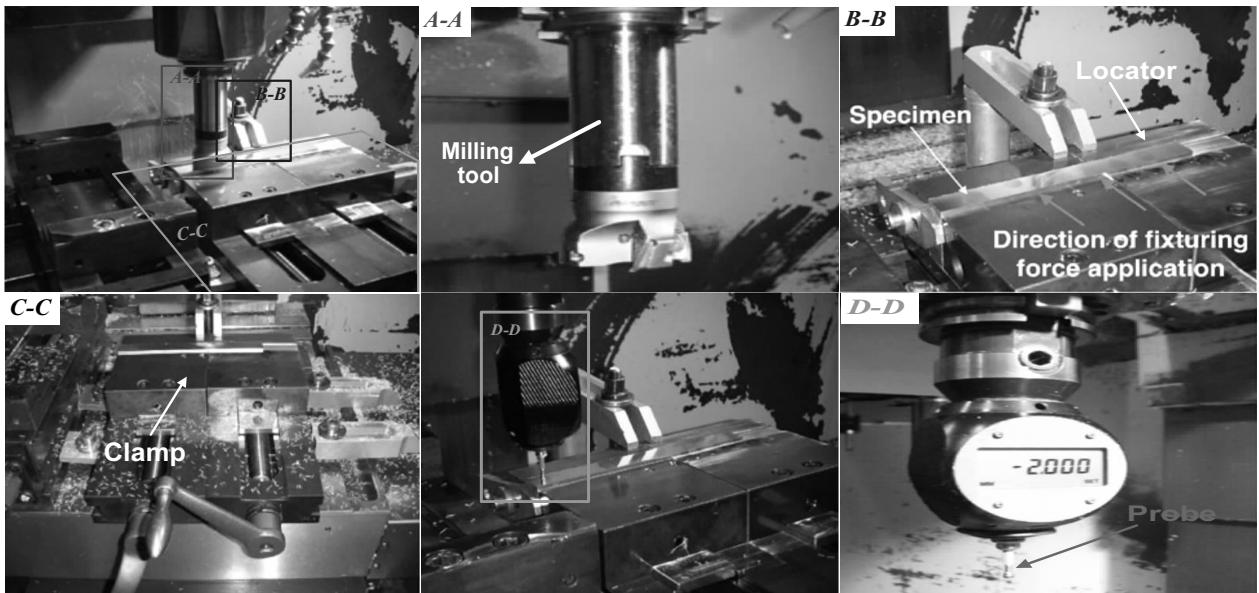


图 11 实验方案

Fig.11 Experiment scheme

(2) 厚板残余应力在同一厚度方向平面内并非完全相同, 厚板在应力测量过程和变形分析过程中认为同一厚度方向平面内完全相同, 但事实上同一平面内存在或多或少的不同, 这也将使计算结果产生偏差;

(3) 有限元单元密度产生的误差, 有限元仿真计算中, 特别是大型复杂零件受硬件限制其网格密度无法太高, 将造成一定的计算误差。

#### 4.2 某民用飞机直梁件

框类结构件是飞机中最常见的钣金件, 主要用于确定飞机外形和承受气动载荷, 其结构复杂、刚性差、尺寸精度高, 导致其加工变形问题成为航空产品工艺中的瓶颈之一。

图12a为某民用飞机的直梁件, 中间有7块隔板, 底面有1块腹板, 中性层位置和截面惯性矩分别为  $H_{zx}=5.7628$  和  $I_{yx}=18055.191$ 。工件的弹性模量为  $E=71.7$  GPa, 泊松比为  $\nu=0.33$ 。毛坯尺寸厚40 mm, 上下分别铣削7.5 mm。

沿厚度方向Z对薄板件进行分层, 每层厚度为  $H_i = 1$  mm, 共分40层。毛坯的初始残余应力分布曲线<sup>[14]</sup>如图13所示, 若记  $Z=\text{abs}(z-20)$ , 则容易获得应力的拟合曲线为

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} = & 1.88253 + 0.394176Z - 0.3822166Z^2 \\ & + 0.18172423Z^3 + 0.100293563Z^4 \\ & - 0.042009024Z^5 + 5.7267946 \times 10^{-3}Z^6 \\ & - 3.71223865 \times 10^{-4}Z^7 + 1.17413339 \times 10^{-5}Z^8 \\ & - 1.4618427 \times 10^{-7}Z^9\end{aligned}\quad (39)$$

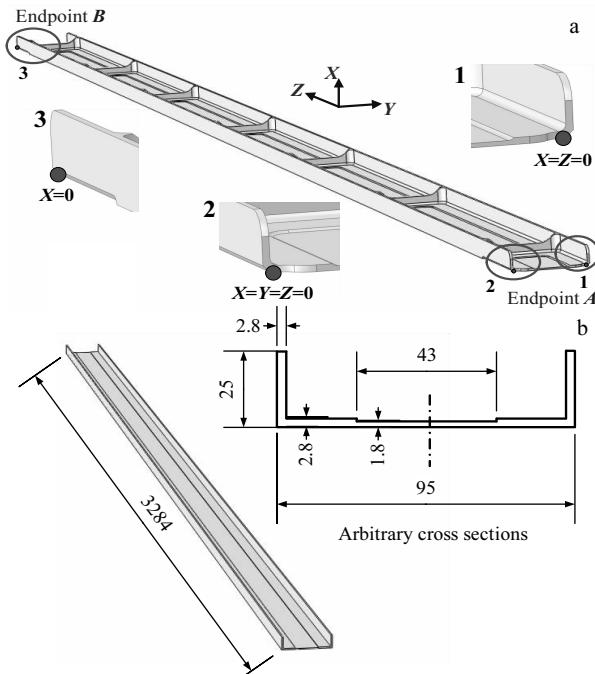


图 12 某民用飞机的直梁件

Fig.12 A straight beam of a civil aircraft: (a) actual workpiece, and (b) simplified workpiece

由式(10)可知截面力矩均为

$$M_{yx} = 14729.936 \quad (40)$$

因此, 根据式(11)可得关于轧制方向的挠曲方程为

$$\omega_{yx} = 5.68918 \times 10^{-6}x^2 - 0.018683265x \quad (41)$$

为了计算方便, 工件可简化为图12b所示, 工件在长度方向上的横截面均相同, 此时工件等效应力  $\sigma_{xy}$  的平均值  $\bar{\sigma}_{xy}$  应为

$$\bar{\sigma}_{xy} = 6.14821 \quad (42)$$

根据式(14), 可知  $\bar{\sigma}_{xy}$  引起工件在轧制方向X上的拉压变形为

$$\Delta_{xx} = 8.57491 \times 10^{-5}x \quad (43)$$

由式(21)可知弯曲引起的长度变化为

$$\begin{aligned}\Delta_{yx} \approx & -2.15761 \times 10^{-11}x^3 + 1.06284 \times 10^{-7}x^2 \\ & - 1.7452 \times 10^{-4}x\end{aligned}\quad (44)$$

再根据式(19)可知A、B两个端面处各点在拉压变形的基础上增加的变形为

$$\begin{aligned}\Delta_{\theta x} = & 0.01868327z - 1.1378362 \times 10^{-5}xz \\ & + 6.557122 \times 10^{-5}x - 0.1076679\end{aligned}\quad (45)$$

最后, 根据式(22)计算可得薄板件的最大加工变形为

$$\begin{aligned}\Delta_x = & 0.01868327z - 1.1378362 \times 10^{-5}xz \\ & - 2.15761 \times 10^{-11}x^3 + 1.06284 \times 10^{-7}x^2 \\ & - 2.31997 \times 10^{-5}x\end{aligned}\quad (46)$$

由于薄板件在X方向上的任意截面都相等, 因此根据式(25)可知, 任一截面上由弯曲变形造成的应力变化为

$$\sigma_{\theta x} = -0.815828z + 4.7015 \quad (47)$$

由于式(39)的初始残余应力, 在材料去除后势必再平衡, 依据式(26)可知最终再平衡后的等效轧制方向应力应为

$$\ddot{\sigma}_{xy} = \sigma_{xy} - 0.815828z + 10.8497 \quad (48)$$

同样地, 继续采用有限元方法计算该直梁件的加工变形。实际零件与简化零件均选择“Static, General”

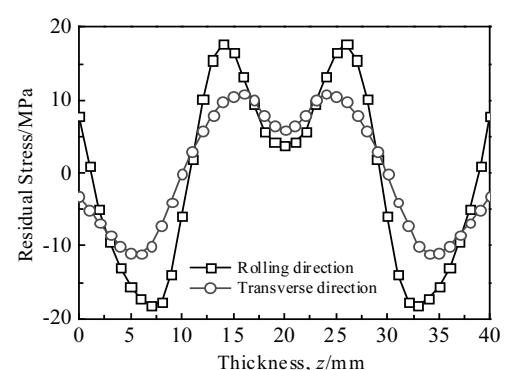


图 13 直梁件毛坯的初始残余应力

Fig.13 Initial residual stresses of the straight beam

分析步类型，网格密度设定为50。实际零件总共有38298个单元，单元类型为C3D10，简化零件总共有3762，单元类型为C3D20R，仿真结果如图14所示。

通过两种有限元求解和解析式求解获得的挠度曲线如图15所示，三者趋势完全一致，最大变形位置均发生在正中间位置，即在长度方向的1642 mm处，实际零件仿真值为-15.71 mm，简化零件仿真值为-15.88 mm，而解析计算结果也为-15.34 mm。简化模型的仿真结果和解析式计算结果误差分别为1.08%和-2.36%。

在右端面处，简化模型的仿真结果和解析式计算结果相对于实际零件的最大偏差分别为0.0285和0.01739 mm。再平衡后的残余应力除去两端和隔板区域，简化模型的仿真结果和解析式计算结果相对于实际零件的最大偏差分别为1.284和-2.099 MPa。

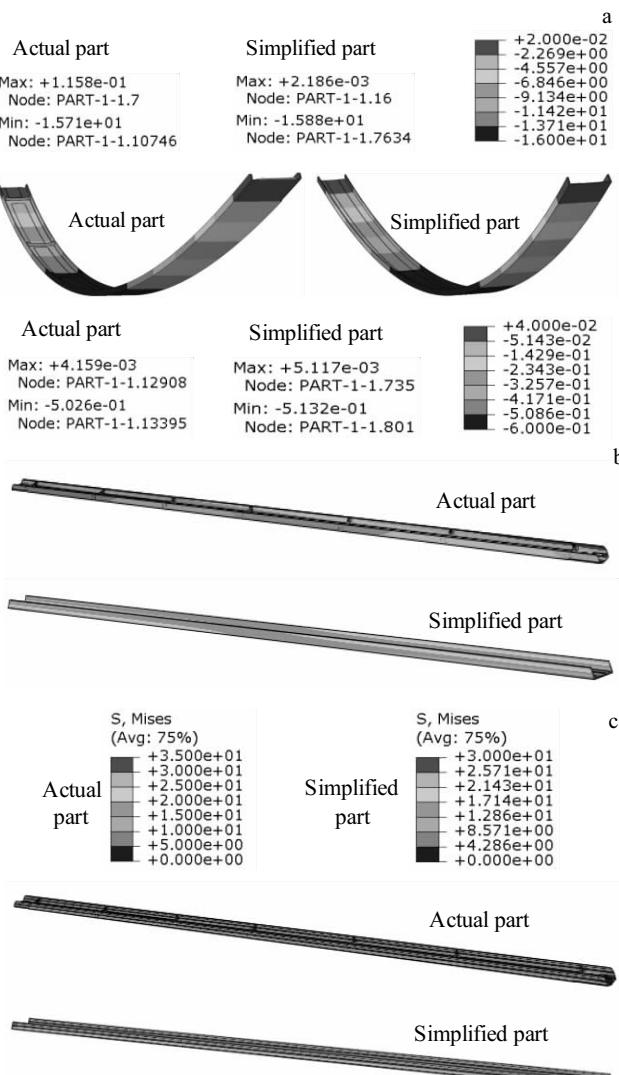


图 14 直梁件的有限元仿真结果

Fig.14 Simulated results of FEM for the straight beam:  
(a) Bending deformation, (b) tensile deformation, (c)  
stress redistribution

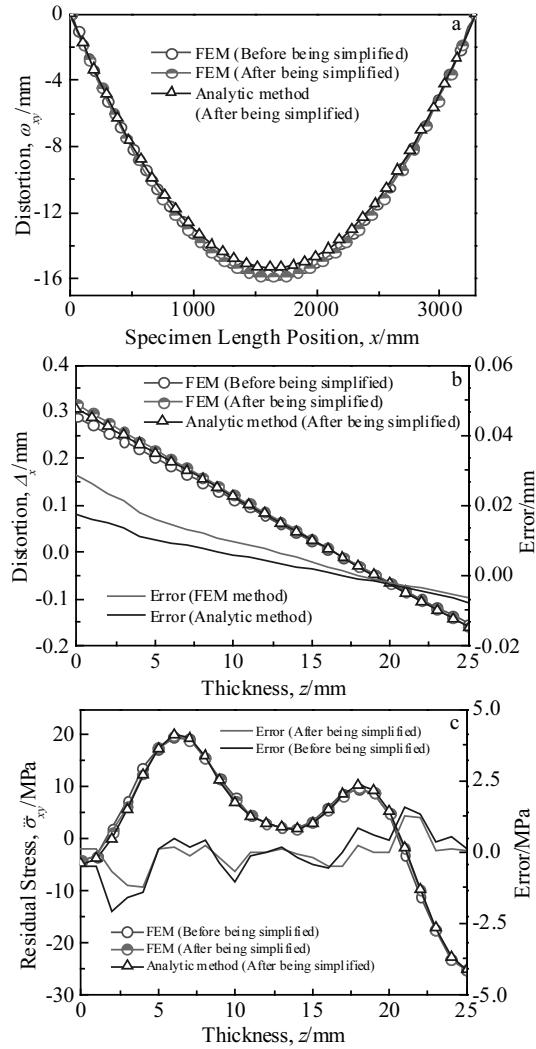


图 15 直梁件加工变形和再分布应力的对比分析

Fig.15 Comparison of machining deformations and re-distribution of residual stresses for the straight beam: (a) bending deformation, (b) tensile deformation, and (c) stress redistribution

## 5 结 论

1) 通过将毛坯内残余应力释放引起的零件变形，等效为零件内残余应力作为外力施加在零件上引起的变形，依据材料力学的弯曲变形计算方法推导出梁类航空结构件的残余应力引起加工变形的解析模型。

2) 通过将加工变形的模型计算值与有限元仿真值、实验测量值进行对比，分析后结果表明：计算值与仿真值无论是幅值还是变形曲线都具有高度一致性，而与测量值在变形曲线上具有很好的吻合度，但两者在幅值上则存在一定的误差。

3) 有限元方法受限于网格密度、数量而影响计算精度和运行效率。若在零件结构、加工工艺（即零件

在毛坯中的加工位置) 等优化过程中, 采用有限元方法计算变形, 势必造成设计变量的逐个取值而得不到全局最优解。但基于模型解析式可以将结构、残余应力和加工位置中的参数设置为变量, 通过求导的方法获得最优值, 实现加工变形的有效控制。

## 参考文献 References

- [1] Sim W. *International Journal of Microstructure and Material Properties*[J], 2010(5): 446
- [2] Chantzis D, Van-der-Veen S, Zettler J et al. *Procedia CIRP*[J], 2013(8): 281
- [3] Yang Y, Li M, Li K. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*[J], 2014, 70(9-12): 1803
- [4] Denkena B, DeLeon L. *International Journal of Machining and Machinability of Materials*[J], 2008, 4(4): 335
- [5] Trummer V R, Koch D, Witte A et al. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*[J], 2013, 68(9-12): 2271
- [6] Huang X M, Sun J, Li J F. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*[J], 2015, 77(5-8): 1035
- [7] Sim W. *Residual Stress Engineering in Manufacture of Aerospace Structural Parts*[M]. UK: Airbus S.A.S., 2009
- [8] Cerutti X, Arsene S, Mocellin K. *International Journal of Material Forming*[J], 2016, 9(5): 677
- [9] Naotake Y, Yoshimichi H. *Residual Stress III: Science and Technology*[C]. London and New York: Elsevier Science Publishers, 1992: 1140
- [10] Heymes F, Commet B, DuBost B et al. *The 1st International Non-ferrous Processing and Technology Conference*[C]. USA: ASM International, 1997: 249
- [11] Shang H S. *Prediction of the Dimensional Instability Resulting from Machining of Residually Stressed Components*[D]. USA: Texas Tech University, 1995
- [12] Liu Qinlong(刘秦龙), Hua Jun(华军), Jia Ruiyan(贾瑞艳). *Machine Design and Manufacturing Engineering*(机械设计与制造工程)[J], 2014, 43(4): 21
- [13] Robinson J S, Tanner D A, Truman C E. *Experimental Mechanics* [J], 2011, 51(6): 981
- [14] Wang Shuhong(王树宏), Ma Kangmin(马康民), Ma Jun(马俊). *Journal of Air Force Engineering University(空军工程大学学报)*[J], 2004, 5(3): 19

## Model of Release and Redistribution of Initial Residual Stresses for Machining Deformations of 7075 Aluminum Alloy Thick Plate

Ye Haichao<sup>1,2</sup>, Qin Guohua<sup>2</sup>, Lin Feng<sup>2</sup>, Zuo Dunwen<sup>1</sup>, Wu Zhuxi<sup>2</sup>, Luo Yuguo<sup>3</sup>

(1. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(2. Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

(3. Chengdu Aircraft Industrial (Group) Co., Ltd, Chengdu 610092, China)

**Abstract:** Through equaling the removal of materials to the release of residual stress, the residual stress remained in the aeronautical monolithic component were converted into the external force according to the static equilibrium conditions, the analysis model was deduced for machining deformation based on the small deformation theory. Because the overall consideration on position variation was done by the tension/compression of neutral surface, bending of neutral surface, and rotation of end surface, the superposition principle can be used to formulize the mechanical model of residual stress redistribution. The proposed analytical model can be suitable for the accurate calculation of the machining deformation of aeronautical monolithic component, in addition to the analysis of the residual stress redistribution. The comparison among the model calculations, the simulated values and the experimental measurement data shows that, for the amplitude and deformation curve, the model calculations are in good agreement with the simulated values. Moreover, the measurement error of residual stress causes a small difference in the amplitude between the model calculations and the experimental measurement data, though the deformation curves of them have a good agreement with each other.

**Key words:** 7075 aluminum alloy thick plate; release of residual stress; redistribution of residual stress; machining deformation; removal of material

Corresponding author: Qin Guohua, Ph. D., Professor, School of Aeronautical Manufacturing Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, P. R. China, E-mail: qghwzx@126.com